

*Schreiben des Herrn Dr. August Beer, über die Richtung
der Schwingungen des Lichtäthers im polarisirten Lichte.*

Mitgetheilt von dem w. M. W. Haidinger.

Die hochverehrte mathematisch-naturwissenschaftliche Classe hat schon zweimal ihre freundliche Aufmerksamkeit dem Gegenstande meiner gegenwärtigen Mittheilung geschenkt. Am 22. Jänner 1852 legte ich eine Note über die Richtung der Schwingungen des Lichtäthers in geradlinig polarisirtem Lichte vor, in welcher ich aus der Betrachtung eines dichromatischen einaxigen Krystalles den Beweis dafür herzustellen suchte, dass sie senkrecht auf die Polarisations-Ebene stattfinden müssen. Am 27. April 1854 war es mir gegönnt, die Ansichten des grossen englischen Physikers Herrn Professors G. G. Stokes in Cambridge, in einem Bruchstücke aus einem von demselben an mich gerichteten Schreiben über denselben Gegenstand vorzulegen, dem ich noch die bis dahin veröffentlichten Bemerkungen über den Gegenstand selbst und über den von mir versuchten Beweis von den Herren Ångström, Beer und Zamminer, und auch noch eine umständlichere Auseinandersetzung der von mir versuchten Beweisgründe beifügte.

Seit unserer letzten Classensitzung im verflossenen December erhielt ich nun ein höchst werthvolles Schreiben über denselben Gegenstand von Herrn Dr. Beer, dem tiefen Forscher in dieser Abtheilung unserer Kenntnisse, gleich vertraut mit der theoretischen Behandlung, wie mit den feinsten experimentellen Untersuchungen. Der Inhalt des Schreibens ist zu wichtig, als dass ich nicht wünschen sollte, dasselbe der hochverehrten Classe vorzulegen und dadurch der Öffentlichkeit zuzuführen. Mein hochverehrter Freund Herr Regierungsrath v. Ettingshausen war gleichfalls dieser Ansicht. Es ist wohl ganz in der Idee einer Privatmittheilung geschrieben, und ich dachte erst, es würde vortheilhafter sein, diejenigen Stellen welche sich auf Privatverhältnisse beziehen, angemessen zu modificiren, aber am Ende überwog die Betrachtung, dass ja doch auch gerade diese die Stellung des hochverehrten Verfassers bezeichnen, während nur meiner auf eine allzuschmeichelhafte Art in dem Briefe gedacht wird; ich darf die freundlichen Worte nicht von mir weisen,

sondern ich will vielmehr davon Veranlassung nehmen, demselben meinen innigen Dank und aufrichtige Anerkennung darzubringen.

„Hochgeehrter Herr! Die Lectüre Ihres im Junihefte der akademischen Berichte erschienenen Aufsatzes „die Richtung der Schwingungen des Lichtäthers im polarisirten Lichte“, in welchem Sie die factische Lage jener Frage so klar auseinanderlegen, hat mich veranlasst, die Gründe für meine in der „Einleitung“ ausgesprochene Ansicht nochmals einer Prüfung zu unterwerfen, und ausserdem auch die Theorie, da, wo sie im beginnenden Flusse noch gestattet bis auf den Grund zu sehen, nochmals über jenen Punkt zu befragen.

Ich erlaube mir nun Ihnen im Folgenden kurz meine Anschauungsweise vorzulegen. Dabei überhebt mich Ihre Persönlichkeit ganz der Besorgniss, es möge diese Zuschrift eine andere Auslegung finden, als sie es verdient; einziger Zweck derselben ist, Sie um Ihr, für mich interessantes Urtheil über meine Gründe zu bitten und zwar nur in dem Falle, dass Sie im Folgenden irgend einen des Aufhebens werthen Punkt erblicken.

Unsere Kenntnisse über die Modificationen, welche das Licht beim Durchstrahlen eines normalen einaxigen Krystalles erleidet, lassen sich *in nuce*, wenn man alles Specielle abstreift, wie folgt zusammenfassen:

1. Nach jeder Richtung können sich im Innern des Krystalles zwei Strahlen fortpflanzen, deren Polarisations Ebenen auf einander senkrecht stehen. Die Polarisations Ebene des einen Strahles geht durch den Strahl und die krystallographische Hauptaxe (optische Axe); es ist der ordentliche Strahl *O*. Der zweite Strahl ist der ausserordentliche *E*.

2. Alle Eigenschaften des Strahles *O* sind unabhängig von seiner Neigung gegen die Hauptaxe. Die Eigenschaften des Strahles *E* ändern sich mit der Neigung gegen die optische Axe. Die Eigenschaften beider Strahlen sind unabhängig von dem Azimuthe der durch Strahl und Hauptaxe gelegten Ebene. Beide Strahlen zeigen gleiche Eigenschaften, wenn sie in die Hauptaxe fallen.

Diese Sätze enthalten insbesondere die Grundlagen für die Regeln der Fortpflanzung und der Absorption (Pleochroismus). Betrachtet man die Eigenschaft „Fortpflanzung“ und bestimmt die (bereits bekannte) Art der Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit,

Neigung und Wellenlänge des Strahles E , so erhält man die speciellen Fortpflanzungsgesetze. Es hat sich herausgestellt, dass die allgemeinen Züge der Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und Neigung für jede Wellenlänge dieselben sind. Betrachtet man andererseits die Eigenschaft „Absorption“ und bestimmt die (dermalen noch unbekante) Art der Abhängigkeit zwischen Schwächung, Neigung und Wellenlänge des Strahles E , so erhält man die speciellen Absorptionsgesetze. Es ist bisher noch nicht der Versuch gemacht worden, die allgemeinen Züge einer Abhängigkeit zwischen Schwächung und Neigung, die für jede Wellenlänge gelte, zu finden. Aber von vorneherein ist es ganz denkbar, ja sogar wahrscheinlich, dass sich die Grösse der Schwächung der Strahlen E für jede Wellenlänge ebenso wie die Grösse der Fortpflanzung durch die Radien einer Ellipse darstellen lasse.

Für einen gegebenen Krystall würden sich dann die pleochromatischen Tinten ableiten lassen, wenn die beiden Hauptabsorptions-Coëfficienten für die verschiedenen Farben bestimmt wären, gerade so wie sich für einen gegebenen Krystall die dioptrischen Erscheinungen ableiten lassen, sobald die beiden Hauptindices für die verschiedenen Farben bestimmt sind.

Die so eben gezogene Parallele zwischen Fortpflanzung und Absorption deutet darauf hin, dass, wenn man sich im Stande glaubt, aus den Absorptions-Erscheinungen einen Schluss auf die Schwingungsrichtung im geradlinig polarisirten Lichte ziehen zu können man auch glauben muss, durch die Fortpflanzungs-Erscheinungen einen Aufschluss über jenen Punkt zu erhalten. In der That, Ihre Beweisführung würde keine wesentliche Änderung erleiden, wenn man überall das Wort „Farbe“ durch das Wort „Fortpflanzungs-Geschwindigkeit“ ersetzte. Unserer Ansicht nach ist man aber überhaupt nicht im Stande aus den oben mitgetheilten Erfahrungssätzen, mag man nun diese oder jene specielle Eigenschaft des Lichtes aufgreifen, etwas Entscheidendes über die Schwingungsrichtung abzuleiten; ja noch mehr, ich kann nicht umhin in den Folgerungen aus der einen und andern Hypothese einen vollständigen Parallelismus und eine vollständige Gleichberechtigung zu erblicken, welche beide sich ohne Zwang bis auf die Ausdrucksweise erstrecken lassen. Da meine Ansicht in Betreff der letztern Punkte von der Ihrigen abweicht, so erlaube ich mir Ihre Aufmerksamkeit für das Folgende zu beanspruchen.

Man nehme einen geradlinig polarisirten Strahl im Innern eines einaxigen Krystalles. In Bezug auf seine Seiten unterscheiden wir an ihm zwei Symmetrie-Ebenen; die eine ist die Polarisationsebene P , die andere eine auf dieser senkrechte, Q . Den oben aufgeführten Sätzen gemäss lässt sich nun nur Folgendes mit Bestimmtheit aussagen: Irgend eine gewisse Eigenschaft A des Strahles bestimmt sich durch die Lage des auf P errichteten Perpendikels gegen die Krystallform. Was nun ferner die Schwingungsrichtung betrifft, so sind zwei Fälle nur denkbar, entweder sie fällt in die Ebene P oder sie fällt in die Ebene Q (das ist hier nicht gleichbedeutend mit: entweder sie steht senkrecht auf Q oder sie steht senkrecht auf P). Im ersten Falle muss angenommen werden, dass die Schwingungen in einem geradlinig polarisirten Strahle, der sich in einem einfach brechenden Mittel bewegt, in der Polarisationsebene liegen und auf dem Strahle senkrecht stehen; in dem zweiten Falle muss angenommen werden, dass die Schwingungen in einem solchen Strahle auf der Polarisationsebene und somit auch auf dem Strahle senkrecht stehen.

Aus der einen und andern Hypothese ergeben sich nun für den Strahl im Innern des Krystalles die im folgenden Schema nebeneinander gestellten Folgerungen. Wir bemerken noch, dass wir unter Perpendikelrichtung die Richtung des Perpendikels verstehen, das man in der Wellenebene senkrecht auf die jedesmal unterstellte Schwingungsrichtung ziehen kann; es darf hierbei nicht ausser Acht gelassen werden, dass die Wellenebene des ausserordentlichen Strahles im Allgemeinen schief gegen den Strahl steht. Endlich bedeutet Meridian die Ebene, welche durch den Strahl und die optische Axe geht.

Unterstellung.

Die Schwingungsrichtung eines geradlinig polarisirten Strahles, der sich in einem einfach brechenden Mittel fortpflanzt,	
fällt in die Polarisationsebene.	steht senkrecht auf der Polarisationsebene.

Folgerungen für die Lage der Schwingungsrichtung eines geradlinig polarisirten Strahles, der sich im Innern eines einaxigen Krystalles fortpflanzt:

Die Schwingungen der Strahlen O stehen senkrecht auf den	Die Schwingungen der Strahlen O stehen senkrecht auf den
--	--

Strahlen, und liegen in Meridianebenen. Ihre Perpendikelrichtungen stehen auf Strahl und Meridian senkrecht.

Die Perpendikelrichtungen der Strahlen E liegen in den Meridianebenen. Im Allgemeinen sind sie gegen den Strahl geneigt. Wenn der Strahl in die Axe fällt, sind sie auf dem Strahle senkrecht, und der Axe parallel, wenn der Strahl auf der Axe senkrecht ist. Die Schwingungsrichtungen der Strahlen E sind auf den Meridianebenen senkrecht.

Strahlen und senkrecht auf den Meridianebenen. Ihre Perpendikelrichtungen stehen senkrecht auf dem Strahl und liegen im Meridian.

Die Schwingungsrichtungen der Strahlen E liegen in den Meridianebenen. Im Allgemeinen sind sie gegen den Strahl geneigt. Wenn der Strahl in die Axe fällt, sind sie auf dem Strahle senkrecht, und der Axe parallel, wenn der Strahl auf der Axe senkrecht ist. Die Perpendikelrichtungen der Strahlen E sind auf den Meridianebenen senkrecht.

Folgerungen für die Erscheinung.

Da die Eigenschaft A von der Perpendikelrichtung (weil sie senkrecht auf der Polarisationssebene steht) abhängt, so ist sie dieselbe für alle Strahlen O , welches auch ihre Neigung gegen die Axe sei. Aus demselben Grunde ändert sich die Eigenschaft A bei den Strahlen E mit der Neigung; sie ist aber dieselbe für die in die optische Axe fallenden Strahlen O und E , so wie sie auch für alle Strahlen E , die auf der optischen Axe senkrecht stehen, dieselbe ist.

Da die Eigenschaft A von der Schwingungsrichtung (weil sie senkrecht auf der Polarisationssebene steht) abhängt, so ist sie dieselbe für alle Strahlen O , welches auch ihre Neigung gegen die Axe sei. Aus demselben Grunde ändert sich die Eigenschaft A bei den Strahlen E mit der Neigung; sie ist aber dieselbe für die in die optische Axe fallenden Strahlen O und E , so wie sie auch für alle Strahlen E , die auf der optischen Axe senkrecht stehen, dieselbe ist.

Die zweite der beiden verglichenen Anschauungsweisen scheint bequemer, weil sich die Eigenschaft des Strahles durch die Lage der Schwingungsrichtung selbst bestimmt und nicht wie dies bei der ersten der Fall ist durch die Lage einer Hilfslinie (Perpendikelrichtung). Aber man darf nicht ausser Acht lassen, dass diese Hilfslinie und die Schwingungsrichtung sich gegenseitig bedingen. Ferner

kann man nicht umhin zuzugeben, dass irgend eine Eigenschaft des Strahles sich nicht lediglich durch die Beschaffenheit des Äthers in der Richtung der Schwingungen, sondern auch durch die Beschaffenheit nach allen andern Richtungen bestimmt. Wird doch ein Äthertheilchen während der Schwingung nach allen Seiten hin von Kräften sollicitirt.

Gegenüber dem Umstande, dass die zweite Anschauungsweise bequemer erscheint, könnte man ausserdem auch noch die Bemerkung geltend machen, dass man nach der ersten Anschauungsweise eine viel einfachere Vorstellung von einem Lichtstrahle gewinnt, insoferne nämlich, als nach derselben die Schwingungen stets senkrecht auf dem Strahle verbleiben. Dieses ist, wenn man ihrer Gegnerin glaubt, nicht der Fall, da nach ihr die Schwingungen der ausserordentlichen Strahlen im Allgemeinen einen schiefen Winkel mit dem Strahle bilden. Aber auch dieser Vorzug ist wiederum nur ein scheinbarer; bei den zweiaxigen Krystallen fällt er fort, wo es eben allgemeine Regel ist, dass die Schwingungen schief gegen den Strahl stehen.

Ich erlaube mir nun noch Euer Hochwohlgeboren einen, aus der Cauchy'schen Theorie geschöpften Wahrscheinlichkeitsschluss zu Gunsten der von Ihnen vertheidigten Fresnel'schen Ansicht vorzulegen; er beweist wenigstens die Richtigkeit Ihrer Behauptung, dass Alles mehr und mehr zu jener Hypothese hinführt.

Meine Deduction basirt auf der immer noch durch den Erfolg getragenen Hypothese, dass die Verhältnisse des Äthers, der in einem Mittel mit drei auf einander senkrechten Axen eingeschlossen ist in erster Annäherung mit den Verhältnissen vertauscht werden können, die bei einer tessularischen Anordnung der Äthertheilchen stattfinden würden. Nehmen wir nun einen einaxigen Krystall der erwähnten Art, also einen tetragonalen Krystall. Wir unterstellen, dass die Abstände der Äthertheilchen nach beiden Nebenaxen gleich sind, dass aber ihre Abstände nach der Hauptaxe entweder kleiner, oder aber grösser als jene sind.

Die Hauptaxe nehme man Fig. 1 zur Axe der z , die Nebenaxen zu Axen der x und y . In Bezug auf dieses System seien Δx , Δy , Δz die Coordinaten und Δr der vom Anfangspunkte O gezählte Radiusvector eines Äthertheilchens. Ferner seien f und φ gewisse (übrigens noch unbekannt) Functionen von Δr und von der Masse der

Fig. 1.

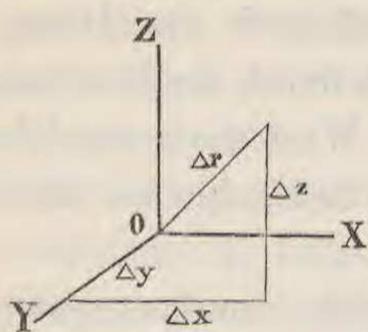
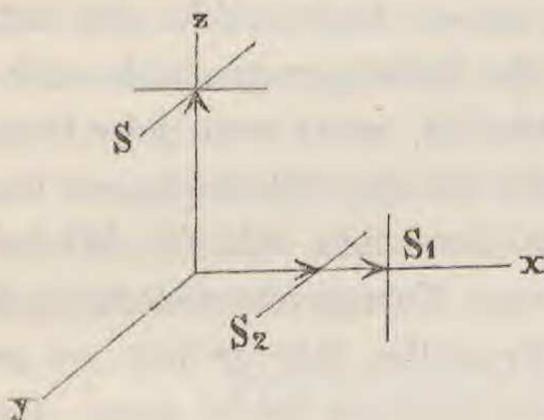


Fig. 2.



Theilchen. Die Wellenlänge einer gewissen Farbe sei λ . Das Zeichen S endlich deute eine Summation über diejenigen Äthertheilchen an, welche nahe genug an O liegen um auf das in diesem Punkte befindliche Theilchen noch eine Wirkung zu äussern. Alsdann ergeben sich aus der Theorie folgende Beziehungen für Strahlen mit der Wellenlänge λ :

1. Ein Strahl S_1 Fig. 2, der sich nach der x -Axe fortpflanzt, und dessen Schwingungen der z -Axe parallel sind, hat die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit v_1 wenn

$$v_1^2 = S \{ f \Delta x^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta z^2 \} - A.$$

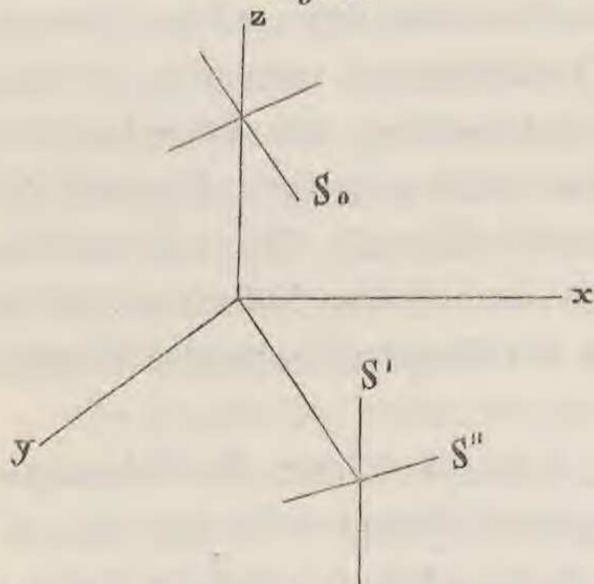
2. Für die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit v_2 eines Strahles S_2 , der dieselbe Richtung wie S_1 verfolgt, dessen Schwingungen aber der y -Axe parallel sind, hat man:

$$v_2^2 = S \{ f \Delta x^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta y^2 \} - B.$$

3. Ist v die Geschwindigkeit, mit der sich ein Strahl S nach der z -Axe fortpflanzt, mögen nun seine Schwingungen der x - oder der y -Axe parallel sein, so findet sich:

$$v^2 = S \{ f \Delta z^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta z^2 \} - C.$$

Fig. 3.



4. Pflanzt sich ein Strahl S' Fig. 3 in der Ebene xy unter gleicher Neigung (45°) gegen jede der beiden Axen x und y fort, und gehen seine Schwingungen parallel der z -Axe vor sich, so bestimmt sich seine Geschwindigkeit v' wie folgt:

$$v'^2 = S \{ f \Delta x^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta z^2 \} - D.$$

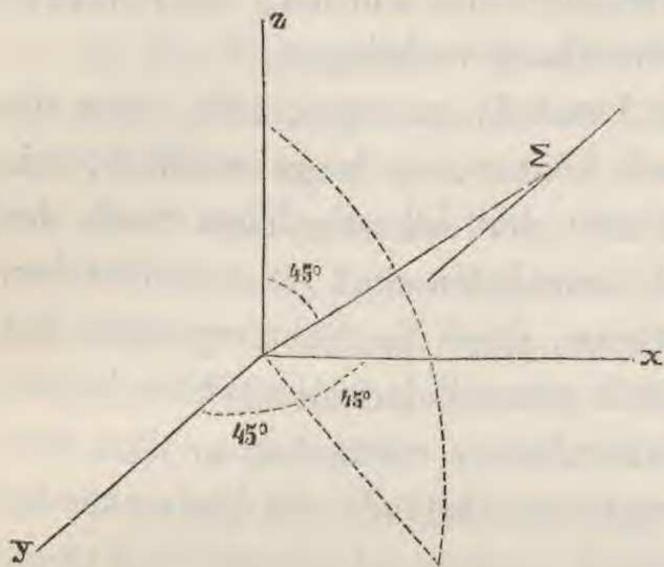
5. Ein Strahl S'' , der denselben Weg wie der vorhergehende verfolgt, dessen Schwingungen jedoch in der Ebene xy liegen, hat die Geschwindigkeit v'' , wenn:

$$v''^2 = S \{ f \Delta x^2 + \frac{1}{2} [\varphi \Delta x^4 - \varphi \Delta x^2 \Delta y^2] \} - E.$$

6. Bedeutet v_0 die Geschwindigkeit eines Strahles S_0 , welcher der z -Axe folgt und dessen Oscillationen mit den Axen der x und der y den Winkel $\pm 45^\circ$ bilden, so hat man:

$$v_0^2 = S\{f\Delta Z^2 + \varphi\Delta x^2\Delta z^2\} - F.$$

Fig. 4.



7. Es sei endlich Σ Fig. 4 ein Strahl, der sich so bewegt, dass er mit der z -Axe den Winkel 45° einschliesst, und dass seine Projection auf die xy -Ebene den Winkel der Axen x und y halbirt; w sei die Geschwindigkeit dieses Strahles, so findet man:

$$w^2 = S\left\{\frac{1}{2}[f\Delta x^2 + f\Delta z^2] + \frac{1}{2}[\varphi\Delta x^2\Delta z^2] + \frac{1}{2}(\varphi\Delta x^4 - \varphi\Delta x^2\Delta y^2)\right\} - G.$$

Die in den obigen Formeln vorkommenden Grössen A bis G , sind Reihen, die nach geraden Potenzen von $\frac{1}{\lambda}$ fortschreiten, und für deren Werth man aller Analogie nach mit grosser Annäherung den Werth ihres ersten Gliedes nehmen kann. Mit diesen Reihen werden wir es hier nicht zu thun haben, da wir die Annahme machen wollen, es liege ein tetragonaler Krystall vor, der eine wirkliche doppelbrechende Kraft besitzt, gleichwohl aber nur eine dagegen fast verschwindende Dispersion zeigt. Die Existenz eines solchen Krystalles ist von vorneherein nicht undenkbar, ja, der Kalkspath, der freilich dem hexagonalen Systeme angehört, offenbart starke Doppelbrechung bei mässiger Dispersion. Die Differenz der Indices der Strahlen B und H ist bei der ordentlichen Brechung 0,030, bei der ausserordentlichen 0,014, während die Differenz der Indices des ordentlich und ausserordentlich gebrochenen Strahles E 0,175 beträgt. Es fällt aber obige Annahme ersichtlich mit der Unterstellung zusammen, beim vorliegenden Krystalle könne man mit hinlänglicher Annäherung die Grössen A bis G vernachlässigen. Lässt man dies gelten, so lassen sich aus den sieben aufgeführten Formeln ohne Zwang die wichtigsten Züge für die Fortpflanzungsgesetze des Lichtes in tetragonalen Krystallen in der Unter-

stellung ableiten, dass die Oscillationen eines geradlinig polarisirten Strahles in einfach brechenden Mitteln senkrecht zur Polarisations-ebene stehen. Und soweit ich bis jetzt die Sache übersehe, kann ich nicht einsehen, wie sich aus den Formeln die Gesetze so leicht, oder wenigstens so natürlich ergeben, welche die gegenstehende Hypothese verlangt. Aber — diese Frage drängt sich hier auf — wie konnte es kommen, dass dennoch aus der Theorie die der einen und andern Hypothese entsprechenden Gesetze abgeleitet wurden? Wir werden später eine hierauf bezügliche Bemerkung vorbringen.

Vergleicht man die Formeln 1 und 3, so ergibt sich, dass die Grössen v_1 und v nicht gleich sein können, so lange wirklich, wie doch unterstellt wird, die Abstände der Äthertheilchen nach der z -Axe von denen nach der x -Axe verschieden sind. Dies steht schon im Widerspruche mit der Hypothese, dass die Schwingungen des ordentlichen gebrochenen Strahles in seiner Polarisations-ebene liegen. Von vorneherein hindert aber ferner Nichts anzunehmen, dass man trotz der Verschiedenheit der erwähnten Abstände mit hinreichender Annäherung setze:

$$S\{f\Delta x^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta y^2\} = S\{f\Delta z^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta z^2\}.$$

Ferner muss man, um die allgemeinen Züge der Gesetze nach der einen wie nach der andern Hypothese zu gewinnen, die Annahme machen, dass sehr nahe sei:

$$S\{\varphi \Delta x^4 - 3 \varphi \Delta x^2 y^2\} = 0.$$

Alsdann ergibt sich ohne Weiteres:

$$v_2 = v = v'' = v_0 = w_1 \\ v_1 = v^1.$$

Hieraus erschliessen sich folgende Fortpflanzungsgesetze, wenn man strenge bei dem bisher Gewonnenen stehen bleibt.

1. Die Wellenfläche der sogenannten ordentlichen Strahlen ist eine Fläche, die sehr nahe sphärisch ist. In der That hat sie mit einer Kugel vom Radius $v_2 = v =$ u. s. w. achtzehn Punkte gemein. Von diesen liegen, dem Obigen zu Folge drei Paare in den Axen der x , der y , der z , in je einer Axe ein Paar. Weitere vier Punkte liegen auf den Linien, welche die Winkel der x - und y -Axe halbiren. Die übrigen acht Punkte liegen paarweise auf den Linien, welche analog mit der oben näher definirten Linie Σ liegen. Die Wellenfläche der

sogenannten ordentlichen Strahlen ist ferner symmetrisch gestaltet in Bezug auf jede der drei Coordinatenebenen, so wie auch in Bezug auf die beiden Ebenen, welche die Winkel der XZ - und YZ -Ebene halbiren. Die Oscillationen der sogenannten ordentlichen Strahlen stehen immer sehr nahe senkrecht auf der Hauptaxe und dem Strahle. Genau ist dies jedoch nur dann der Fall, wenn der Strahl in einer der Ebenen XZ oder YZ oder XY oder in einer der Ebenen liegt, welche gegen die beiden ersten gleich geneigt sind.

2. Die Wellenfläche der ausserordentlichen Strahlen nähert sich einem Rotationsellipsoide, dessen Axe in die krystallographische Hauptaxe fällt. Die Wellenfläche hat mit dem Ellipsoide zehn Punkte gemein. Von diesen sind zwei die Pole, die übrigen liegen auf dem Äquator. Von den letzteren liegen ferner zwei Paare auf den Axen der x und der y und zwei weitere Paare auf den Mittellinien dieser Axen. Die erwähnte Wellenfläche hat dieselben Symmetrie-Ebenen, wie die Wellenfläche der unter 1) erörterten Strahlen. Die Schwingungen der ausserordentlichen Strahlen liegen nahezu in Ebenen, die durch Strahl und optische Axe gehen. Genau tritt dies jedoch nur ein, wenn der Strahl in einem Hauptschnitte liegt, oder in einer der beiden Ebenen welche die Winkel zwischen den Hauptschnitten XZ und YZ halbiren.

Aus den obigen Ergebnissen folgt, dass sich mit einer tessularischen Anordnung der Äthertheilchen oder mit einer durch solche ersetzbaren Constitution die Fortpflanzungsgesetze, wie sie gewöhnlich dargestellt werden, und wie sie sich den bisherigen Messungen anschliessen, nicht vollkommen vereinbaren lassen, wenn die Dispersion verschwindend klein ist. Es lassen sich aber aus der Annahme einer tessularischen Constitution in diesem extremen Falle Gesetze, welche den jetzt geltenden Fortpflanzungsgesetzen sehr gleichen, nur dann am natürlichsten ableiten, wenn man die Fresnel'sche Hypothese adoptirt. Dieser Umstand scheint mir sehr zu Gunsten der letztern zu sprechen, da es ferner nahe liegt zu unterstellen, dass sich in den wirklich vorkommenden Fällen — wo die Dispersion nicht verschwindet — die Differenzen zwischen den theoretischen und empirischen Gesetzen durch die Wirkung der Glieder A bis G bis zur Unmerklichkeit verringern. Von welchem Einflusse überhaupt in vielen Fällen diese Glieder sein müssen, ersieht man an gewissen Apophylliten, an gewissen Mischungen des unterschwefelsauren Strontians

und unterschwefelsauren Bleioxydes, wo sich der Charakter der Doppelbrechung mit dem Werthe von λ ändert.

Stellt man die bisher bewährten Fortpflanzungsgesetze in Verbindung mit einer der beiden Hypothesen über die Schwingungsrichtung an die Spitze der Rechnung, so ergeben sich für die Summenglieder $Sf\Delta x^2$ u. s. w. Relationen, die nichts Anderes aussagen, als dass die Abstände der Äthertheilchen nach Haupt- und Neben-Axen nur unmerklich verschieden sind. Und umgekehrt, geht man von letzterer Annahme über die Abstände aus, so leiten sich die Fortpflanzungsgesetze in Verbindung mit der einen oder andern Hypothese ab. Indem man sich auf diesem Wege den die Theorie bisher wirklich verfolgt hat, gestattet bei der Vereinfachung der Ausdrücke die Abstände nach der Hauptaxe mit den Abständen nach den Nebenaxen zu vertauschen, gibt man damit auch das Mittel aus der Hand, über die Richtigkeit der einen oder andern Hypothese zu urtheilen. Dies leuchtet klar aus Folgendem ein, das denn auch die Beantwortung der weiter oben aufgeworfenen Frage enthält.

Damit die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit stets unabhängig von dem Azimuthe der durch Strahl und Hauptaxe gelegten Ebene sei, muss man unterstellen:

$$S\{\varphi \Delta x^4 - 3\varphi \Delta x^2 \Delta y^2\} = 0.$$

Alsdann ergibt sich, wenn man annimmt, dass die Oscillationen genau in der Meridianebene liegen, für die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit einer Welle, deren Normale mit der Hauptaxe den Winkel φ einschliesst:

$$v_1^2 = S\{f\Delta z^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta z^2\} + \sin^2 \varphi \{f\Delta x^2 - f\Delta z^2 + \varphi \Delta z^4 + 3\varphi \Delta x^2 \Delta z^2\}$$

für dieselbe Welle findet man aber auch:

$$v_1^2 = S\{f\Delta z^2 + \varphi \Delta z^4 - 2\varphi \Delta x^2 \Delta z^2\} + \sin^2 \varphi S\{f\Delta x^2 - f\Delta z^2 - \varphi \Delta z^4 + 3\varphi \Delta x^2 \Delta z^2\}.$$

Zwei in der That verschiedene Ausdrücke ergeben sich aus dem Grunde, dass wirklich die Oscillationen bei der angenommenen Constitution des Äthers im Allgemeinen nicht genau in der Meridianebene liegen können.

Zweitens ergibt sich für die auf der Axe senkrechten Oscillationen

$$v_2^2 = S\{f\Delta z^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta z^2\} + \sin \varphi^2 S\{f\Delta x^2 - f\Delta z^2 + \varphi \Delta x^2 \Delta y^2 - \varphi \Delta x^2 \Delta z^2\}.$$

Jetzt hat man, welcher Hypothese man auch huldigen mag, eine solche Beziehung zwischen den Summengliedern zu statuiren, dass die beiden Ausdrücke für v_1^2 zusammenfallen. Ausserdem verlangt die Fresnel'sche Hypothese, dass der Coëfficient von $\sin \varphi^2$ im Ausdrucke für v_2^2 verschwinde, und die entgegenstehende Hypothese verlangt, dass derselbe Coëfficient im Ausdrucke für v_1^2 der Null gleich, oder doch unmerklich werde. Das Eine wie das Andere tritt aber ein, und kann nur eintreten wenn die Ausdrücke:

$$S\{f\Delta x^2 - f\Delta z^2\}, S\{\varphi \Delta x^4 - 3\varphi \Delta x^2 \Delta z^2\} \text{ und} \\ S\{\varphi \Delta z^4 - 3\varphi \Delta x^2 \Delta z^2\}$$

zumal sehr klein werden; aber dann wird in allen Formeln der Coëfficient von $\sin \varphi^2$ sehr klein, und es ist als reine Willkür zu bezeichnen, wenn man diesen Coëfficienten in der einen Gleichung beibehält, in der andern absolut gleich Null setzt.

Dieser Einblick in die gegenwärtige Lage der Theorie ist gewiss nicht sehr tröstlich; er berechtigt jedoch nicht zur Geringschätzung derselben, da sie wenigstens so viel sehen lässt, dass der Ausdruck für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ebener Wellen in einaxigen Krystallen bei erster Annäherung die Form $\{a + b \sin \varphi^2\}$ hat; so viel uns bekannt geworden ist, hat die von Cauchy in die Rechnung eingeführte Annahme, dass die Körpermoleküle tessularisch angeordnet seien, über die hier erörterte Frage keinen befriedigenden Aufschluss gewährt; sie lässt sich, wenn wir richtig verstanden haben bei den nicht circular polarisirenden Mitteln auf eine tessularische Anordnung der Äthertheilchen selbst zurückführen.

Ich muss sehr fürchten, hochverehrter Herr, Ihre kostbare Zeit schon allzulange in Anspruch genommen zu haben. Weiss ich doch nicht, ob meine Bemerkungen für einen Zweiten irgend einen Werth haben, ob sie insbesondere für Sie vom geringsten Interesse sind. Was mich selbst betrifft, so meine ich dadurch an Klarheit gewonnen zu haben, und ich weiss desshalb Ihrer regen Besprechung der Frage über die Schwingungsrichtung vielen Dank.“

Bonn den 12. December 1854.